

# 多径路由网络化控制系统的<sup>\*</sup>路径调度与 控制器协同设计

赵云波 姚俊毅 倪洪杰

(浙江工业大学信息工程学院, 杭州 310023)

**摘要** 研究了带有多径通信路由的网络化控制系统的通信路径调度和控制器的协同设计问题. 通过将不同通信路径切换及带来的时延变化建模为系统模态的切换, 得到了所研究系统的切换系统模型. 给出了使得闭环系统指数稳定的通信路径调度所需满足的条件, 并提出了满足系统稳定和网络负载均衡的闭环通信路径调度方案和控制器设计方法. 数值仿真算例验证了算法的优越性和有效性.

**关键词** 多径路由, 切换系统, 负载均衡, 指数稳定.

MR(2000)主题分类号 MR???1, MR???2

## Path Scheduling and Controller Codesign for Multipath Networked Control Systems

ZHAO Yun-Bo YAO Junyi NI Hongjie

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

**Abstract** The path scheduling and controller codesign problem is investigated for networked control systems with multipath communications. A switched system model is obtained by modelling the path switch and the corresponding delay variations as the modes switches in the system. The conditions for the path scheduling to ensure the exponential stability of the closed-loop system are given, and consequently the path scheduling scheme and the controller design method are proposed which guarantee the closed-loop system stability as well as the balance of the network loads. Numerical examples illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Keywords** multipath routing, switched system, load balancing, exponential stability.

## 1 引言

\*国家自然科学基金(61673350), 中组部“千人计划”青年项目和浙江省“千人计划”项目资助.

收稿日期: 200x-xx-xx, 收到修改稿日期: 200x-xx-xx.

编委:

网络化控制系统中传感器,控制器和执行器之间的信息传输往往通过数据通信网络进行<sup>[1]</sup>,这给网络化控制系统带来了成本低,灵活性高和后期维护简单等优点.但是,不同于传统控制系统中对信息传输无损失的假定,数据通信网络带来了数据包的网络诱导时延,丢包,错序等问题,极大的影响系统性能,甚至造成系统的不稳定,给系统的设计和分析提出了很多新的挑战<sup>[2-4]</sup>.如何处理网络诱导时延等问题成为网络化控制系统研究的关键点,受到了广泛的关注<sup>[5-9]</sup>.

我们认识到,网络化控制系统中的数据传输大多通过多径路由进行<sup>[10]</sup>,但现有的研究中多径路由却较少涉及.事实上,多数数据通信网络均为多跳网络,即从源节点到目的节点的数据传输需经过多个中继节点,而通信网络往往采取动态的路由发现机制,这就使得从任一源节点到目的节点的传输路径不唯一,即所谓“多径路由”.从通信网络角度看,多径路由对网络的负载均衡,路由可靠性等方面有较大帮助<sup>[11]</sup>.但是,多径路由的存在对网络化控制系统的设计和分析带来了新的机遇和挑战.一方面,可以通过新颖的设计充分利用多径路由的特性以提高网络化控制系统的数据传输效率,另一方面,对多径的调度,分配和优化等也需要新的解决方法.

对网络化控制系统中多径路由的研究需要深入分析通信网络的特性,通常需要采用同时考虑通信和控制的协同设计方法<sup>[12-21]</sup>.针对常规通信限制已有大量协同设计方法.例如,文献[17,18]将调度与控制相结合,在路径数量及功率受限的情况下设计调度方案以及控制器,取得了较好的控制效果;文献[19]考虑了具有时变时延的无线传感器网络,提出了多跳以及星型拓扑两种体系结构,分别寻找其最优的事件触发条件;文献[20]通过对共享总线进行建模,将其转化为衰落信道的形式,得到了满足多输入网络化控制系统稳定的最小信道容量.但是,多径路由的存在给闭环系统带来了新的特点,特别的,路径的选择需要显式并动态的在控制系统的设计中进行考虑,这使得上述传统方法无法简单套用.

为解决上述问题,本文利用通信和控制的协同设计办法,通过将多径路由中路径切换所导致的时变时延特性转化为系统模型之间的切换特性,并将系统描述成具有有限个子系统的切换系统模型,提出了一种新的闭环路径调度方案,解决了多径路由网络化控制系统的网络诱导时延的补偿问题,实现了在保证系统稳定前提下通信网络的负载平衡,并提高了网络的利用率.

本文其他部分安排如下:第2节给出了多径通信网络化控制系统的时延模型以及多径路由的代价函数;第3节分析了闭环系统的指数稳定性和路径调度方案所需要满足的条件;第4节给出了控制器以及具体的路径调度方案设计;第5节通过MATLAB和LabVIEW仿真算例验证了所提出的理论结论;第6节总结全文.

## 2 问题描述

考虑如图1所示的多径路由网络化控制系统.从传感器到控制器和从控制器到执行器分别存在 $N_1$ 和 $N_2$ 条可选路径,每条可选路径都可能包含多个中继节点<sup>[22]</sup>.传感器选择 $N_1$ 条路径中的一条将采样数据和所选择的路径信息打包发送到控制器,控制器同样选择一条路径将控制信息发送到执行器.即在受控对象的采样信息

从传感器出发经由控制器, 控制器再将对应控制信息发送到执行器的过程中存在  $N = N_1 N_2$  条闭环通信路径. 假设时延主要依赖于闭环通信路径所经过中继节点的数量, 并将其近似设为固定的, 记第  $i$  条闭环通信路径为  $\mathcal{P}_i$ , 并记其时延为  $\tau_i$ , 则  $0 \leq \tau_i \leq d, i = 1, 2, \dots, N$ , 其中  $d = \max\{\tau_i\}$ .

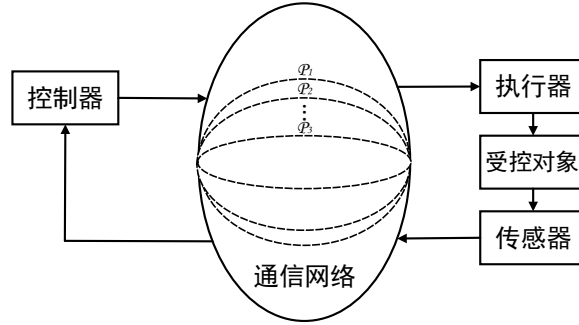


图 1 多路由网络化控制系统结构图.

(Figure 1 The diagram of multipath networked control systems.)

## 2.1 闭环路径调度方案

当系统每次采用某条闭环通信路径传输数据时, 通信网络都需要付出相应的代价, 在本文中, 通信网络的代价值主要受闭环通信路径的通信能耗以及路径中节点的剩余能量所影响. 例如, 当某条闭环通信路径具有更多节点时, 使用该路径即会消耗更多能量. 另外, 若某块区域节点能量提前耗尽, 整个网络将分割成互不相连的孤立部分, 因此在使用某条具有更低剩余能量节点的闭环路径时, 对通信网络将造成更加不利的影响. 文献 [23] 根据上述思想提出了一种能量路由的算法, 该算法通过通信能耗和节点剩余能量计算使用每条闭环通信路径的代价值.

对闭环通信路径的使用方式, 本文采用一种周期性调度方案, 即路径的调度仅在某给定的有限周期  $T$  内考虑, 但允许调度方案的在线调整. 从原理上讲, 这种调度方案类似于模型预测控制方法, 可利用有限时域的滚动优化在降低设计复杂性的同时有效提高系统对抗不确定性的能力.

给定周期  $T$ , 本文的周期性调度方案需设计在此周期内  $N$  条闭环通信路径的使用顺序和相应的连续使用次数, 其中在周期内每条闭环通信路径最多使用一次 (否则归为下一个周期调度). 闭环路径在第  $i$  个周期的调度方案可如下表示:

$$\zeta_T^i: \{\{\mathcal{P}_{i_1}, \alpha_{i_1}\}, \{\mathcal{P}_{i_2}, \alpha_{i_2}\}, \dots, \{\mathcal{P}_{i_N}, \alpha_{i_N}\}\}$$

其中  $\mathcal{P}_{i_j}$  表示第  $i$  个周期内第  $j$  次选择的闭环通信路径, 则闭环路径的选择序列  $\{i_1, i_2, \dots, i_N\}$  是  $\{1, 2, \dots, N\}$  的一个排列;  $\alpha_{i_j}$  是周期内路径  $\mathcal{P}_{i_j}$  的连续使用次数, 则有  $\sum_{j=1}^N \alpha_{i_j} = T$ . 其中当  $\alpha_{i_j} = 0$  时, 表示此周期并未采用路径  $\mathcal{P}_{i_j}$ . 记  $\Omega$  为所有可能闭环通信路径调度方案  $\zeta_T^i$  的集合.

在受控对象的每个采样时刻, 传感器都将选择一条闭环通信路径进行数据传输. 记闭环通信路径  $\mathcal{P}_{i_j}$  在第  $i$  个周期内的代价值为  $F_{i_j}$  并假设其在周期内不变, 则

通信网络在第  $i$  个周期内的平均代价值可定义为

$$F^i(T) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^N \alpha_{i_j} F_{i_j} \quad (2.1)$$

## 2.2 网络化控制系统建模

受控对象的模型表达如下

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (2.2)$$

$x(k) \in R^n, u(k) \in R^m$  分别表示系统状态以及控制输入,  $A \in R^{n \times n}$  和  $B \in R^{n \times m}$  为常矩阵.

本文采用状态反馈控制, 由于控制器可以分别得到传感器到控制器以及控制器到执行器所采用的路径信息, 因此在提前知道当前所采用闭环通信路径及时延的前提下, 控制器可以根据不同的时延选择不同的反馈增益对时延进行补偿

$$u(k) = K(\tau_i)x(k - \tau_i) \quad (2.3)$$

其中反馈增益  $K(\tau_i) \in R^{m \times n}, i = 1, 2, \dots, N$  显式依赖于  $k$  时刻所采用闭环通信路径  $\mathcal{P}_i$  的时延  $\tau_i$ .

根据式 (2.3), 式 (2.2) 可以转化为

$$x(k+1) = Ax(k) + BK(\tau_i)x(k - \tau_i) \quad (2.4)$$

令  $X(k+1) = [x(k)^T \ x(k-1)^T \ x(k-2)^T \ \dots \ x(k-d)^T]^T$ , 网络化控制系统的状态空间方程可以转化为

$$X(k+1) = (A^* + B^*K(\tau_i)C(\tau_i))X(k) \quad (2.5)$$

$$A^* = \begin{bmatrix} A & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I & 0 \end{bmatrix} \quad B^* = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C(\tau_i) = [\underbrace{0 \ \cdots \ 0}_{\tau_i} \ I \ \cdots \ 0]$$

令  $(A^* + B^*K(\tau_i)C(\tau_i)) = \Phi_i$ , 其闭环特性可以表示为

$$X(k+1) = \Phi_i X(k) \quad (2.6)$$

其中  $i = 1, 2, \dots, N$ .

**问题** 对每个闭环通信路径的选择周期  $i$ , 选择闭环通信路径调度方案  $\zeta_T^i$ , 使得在保证系统 (2.6) 稳定的前提下, 最小化周期内平均代价值 (2.1). 即

$$\begin{aligned} & \min_{\zeta_T^i \in \Omega} F^i(T) \\ & s.t \quad \text{系统 (2.6) 稳定} \end{aligned} \quad (2.7)$$

由于短时延路径往往被频繁使用, 导致其剩余能量不高, 即具有较大的代价值, 所以此问题具有研究的价值.

### 3 稳定性分析

首先对系统 (2.6) 的指数稳定性进行分析, 得到当系统稳定时多径路由需要满足的条件, 并给出符合稳定条件的闭环通信路径调度方案.

#### 3.1 系统 (2.6) 的指数稳定性分析

在进行系统稳定性分析之前, 首先给出指数稳定以及切换系统平均驻留时间的定义.

**定义 3.1** 考虑一个系统, 若存在正常数  $c$  和  $0 < \lambda < 1$ , 使得对于任意的初始状态  $x(0)$ , 满足  $\|x(k)\| \leq c\lambda^k \|x(0)\|$ , 则系统是指数稳定的并具有指数衰减率  $\lambda$ .

**定义 3.2** 假设间隔  $[0, k]$  内切换系统的切换次数为  $N_k$ , 若  $N_k$  满足  $N_k \leq N_0 + k/t_a$ ,  $t_a > 0$  即为切换系统的平均驻留时间, 其中  $N_0 \geq 0$  为抖动界.

**引理 3.1** 令  $N_k$  表示系统 (2.6) 在间隔  $[0, k]$  内的切换次数,  $t_a$  表示系统的平均驻留时间, 并记  $\beta_i(k)$  为闭环路径  $\mathcal{P}_i$  在传感器端  $[0, k]$  内被使用的总次数. 当系统 (2.6) 同时满足以下三个条件时, 系统是指数稳定的, 并且具有指数衰减率  $\lambda\mu^{\frac{1}{2t_a}}$ .

1) 存在正定矩阵  $P_j, K_j$ , 常数  $\mu \geq 1, \lambda_j \geq 0$ , 满足下列不等式, 其中  $i, j = 1, 2, \dots, N$ .

$$-\lambda_j^2 P_j + \Phi_j^T P_j \Phi_j \leq 0 \quad (3.1)$$

$$P_i \leq \mu P_j, \quad (3.2)$$

2) 存在  $\lambda \leq 1$  以及闭环通信路径使用次数  $\beta_i(k)$  满足

$$\sum_{i=1}^N \beta_i(k) \ln \lambda_i \leq k \ln \lambda \quad (3.3)$$

3) 平均驻留时间满足以下不等式

$$N_k \leq N_0 + k/t_a \quad t_a > t_a^* = \frac{\ln \mu}{2 \ln(1/\lambda)} \quad (3.4)$$

证 假设系统 (2.6) 在  $k$  时刻使用闭环通信路径  $\mathcal{P}_j$ , 其闭环系统为

$$X(k+1) = \Phi_j X(k) \quad (3.5)$$

选取合适的李雅普诺夫函数

$$V_j(k) = X(k)^T P_j X(k) \quad (3.6)$$

$j \in \{1, 2, \dots, N\}$ , 若系统 (2.6) 在  $k-1$  时刻使用的闭环通信路径也为  $\mathcal{P}_j$  时, 即系统未发生切换,

$$\begin{aligned} V_j(k) &= X(k)^T P_j X(k) \\ &= [\Phi_j X(k-1)]^T P_j [\Phi_j X(k-1)] \\ &= X(k-1)^T \Phi_j^T P_j \Phi_j X(k-1) \\ &\leq \lambda_j^2 X(k-1)^T P_j X(k-1) \\ &= \lambda_j^2 V_j(k-1) \end{aligned} \quad (3.7)$$

若系统 (2.6) 在  $k-1$  时刻使用的路径为  $\mathcal{P}_i$  时, 其中  $i \neq j$ .

$$\begin{aligned}
 V_j(k) &= X(k)^T P_j X(k) \\
 &= [\Phi_i X(k-1)]^T P_j [\Phi_i X(k-1)] \\
 &= X(k-1)^T \Phi_i^T P_j \Phi_i X(k-1) \\
 &\leq \lambda_i^2 X(k-1)^T P_j X(k-1) \\
 &\leq \mu \lambda_j^2 V_i(k-1)
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

不失一般性, 假设系统 (2.6) 在间隔  $[0, k]$  的切换点分别为  $l_1, l_2, \dots, l_{N_k}$ , 并且对应使用的闭环通信路径为  $\mathcal{P}_{j-N_k}, \mathcal{P}_{j-N_k+1}, \mathcal{P}_{j-N_k+2}, \dots, \mathcal{P}_j$ , 其中路径  $\mathcal{P}_i$  的总使用次数为  $\beta_i(k)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $k$  时刻系统 (2.6) 的李雅普诺夫函数满足

$$\begin{aligned}
 V_j(k) &= X(k)^T P_j X(k) \\
 &\leq \lambda_j^{2(k-l_{N_k})} V_j(l_{N_k}) \\
 &\leq \mu \lambda_j^{2(k-l_{N_k})} \lambda_{j-1}^{2(l_{N_k}-l_{N_k-1})} V_{j-1}(l_{N_k-1}) \\
 &\vdots \\
 &\leq \mu^{N_k} \prod_{j=1}^N \lambda_j^{2\beta_j(k)} V_{j-N_k}(0)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

由式 (3.3) 可知

$$\prod_{j=1}^N \lambda_j^{\beta_j(k)} \leq \lambda^k \tag{3.10}$$

结合式 (3.4)

$$\begin{aligned}
 V_j(k) &\leq \mu^{N_k} \prod_{j=1}^N \lambda_j^{2\beta_j(k)} V_{j-N_k}(0) \\
 &\leq \mu^{N_k} \lambda^{2k} V_{j-N_k}(0) \\
 &\leq \mu^{N_0} (\mu^{\frac{1}{2t_a}} \lambda)^{2k} V_{j-N_k}(0)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

由式 (3.6) 可知

$$V_j(k) \geq \min_{\{i=1,2,\dots,N\}} \{\lambda_{\min}(P_i)\} \|X(k)\|^2 \tag{3.12}$$

$$V_{j-N_k}(0) \leq \max_{\{i=1,2,\dots,N\}} \{\lambda_{\max}(P_i)\} \|X(0)\|^2 \tag{3.13}$$

即

$$\|X(k)\|^2 \leq \frac{\max_{\{i=1,2,\dots,N\}} \{\lambda_{\max}(P_i)\}}{\min_{\{i=1,2,\dots,N\}} \{\lambda_{\min}(P_i)\}} \mu^{N_0} (\mu^{\frac{1}{2t_a}} \lambda)^{2k} \|X(0)\|^2 \tag{3.14}$$

$$\|X(k)\| \leq \sqrt{\frac{\max_{\{i=1,2,\dots,N\}} \{\lambda_{\max}(P_i)\}}{\min_{\{i=1,2,\dots,N\}} \{\lambda_{\min}(P_i)\}} \mu^{\frac{N_0}{2}} (\mu^{\frac{1}{2t_a}} \lambda)^k} \|X(0)\| \tag{3.15}$$

根据定义 3.1, 系统 (2.6) 是指数稳定的, 且具有  $\mu^{\frac{1}{2\tau_a}} \lambda$  的指数衰减率, 证明完毕.

### 3.2 调度方案设计

经过 3.1 节的分析, 我们可以得到当系统 (2.6) 指数稳定时闭环通信路径总使用次数以及切换系统的平均驻留时间所需要满足的条件.

通过锥补线性化算法 (CCL) 求解式 (3.1) 以及式 (3.2), 可以分别得到  $N$  条闭环通信路径的最小衰减率  $\lambda_j$  以及对应的控制增益  $K_j, j = 1, 2, \dots, N$ , 求解过程参考定理 4.1. 考虑式 (3.3) 中的  $\lambda$ , 定义满足  $\lambda_j < \lambda$  的路径为低衰减率子系统路径, 反之则为高衰减率子系统路径.

**定理 3.1** 假设路径  $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \dots, \mathcal{P}_{\bar{n}}$  为高衰减率子系统路径, 路径  $\mathcal{P}_{\bar{n}+1}, \dots, \mathcal{P}_N$  为低衰减率子系统路径, 设计方案  $\zeta_T^i$  中  $N$  条闭环通信路径的使用顺序:  $\mathcal{P}_{i_1}, \mathcal{P}_{i_2}, \dots, \mathcal{P}_{i_{N-\bar{n}}} \in \{\mathcal{P}_{\bar{n}+1}, \mathcal{P}_{\bar{n}+2}, \dots, \mathcal{P}_N\}, \mathcal{P}_{i_{N-\bar{n}+1}}, \mathcal{P}_{i_{N-\bar{n}+2}}, \dots, \mathcal{P}_{i_N} \in \{\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \dots, \mathcal{P}_{\bar{n}}\}$ . 即低衰减率子系统路径在前, 高衰减率子系统路径在后, 系统遵循此序列周期使用闭环通信路径. 当  $\alpha_{i_j}$  满足下式

$$\sum_{j=1}^N \alpha_{i_j} \ln \lambda_{i_j} \leq \sum_{j=1}^N \alpha_{i_j} \ln \lambda \quad (3.16)$$

式 (3.3), 式 (3.4) 成立.

证 对于任意  $k$ , 令  $k = sT + v$ , 其中  $s \geq 0, 0 \leq v < T$ , 即时刻  $k$  在第  $s+1$  个周期内. 不失一般性, 假设

$$\sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j} \leq v \leq \sum_{j=1}^t \alpha_{(s+1)_j} \quad (3.17)$$

其中  $t \in \{2, 3, \dots, N\}$ . 另外当  $t = 1$  时, 令上式中的下界为 0, 同样满足以下证明.

切换次数  $N_k \leq Ns + t$ , 考虑式 (3.3)

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \beta_j(k) \ln \lambda_j - k \ln \lambda \\ &= \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^N \alpha_{k_j} \ln \lambda_{k_j} + \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j} \ln \lambda_{(s+1)_j} + (v - \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j}) \ln \lambda_{(s+1)_t} - \\ & \left( \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^N \alpha_{k_j} + v \right) \ln \lambda \\ &= \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^N \alpha_{k_j} \ln \lambda_{k_j} + \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j} \ln \lambda_{(s+1)_j} + (v - \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j}) \ln \lambda_{(s+1)_t} \\ & - \left( \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^N \alpha_{k_j} + v - \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j} + \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j} \right) \ln \lambda \\ &= \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^N (\alpha_{k_j} \ln \lambda_{k_j} - \alpha_{k_j} \ln \lambda) + \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j} (\ln \lambda_{(s+1)_j} - \ln \lambda) \\ & + (v - \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j}) (\ln \lambda_{(s+1)_t} - \ln \lambda) \end{aligned} \quad (3.18)$$

根据式 (3.17), 可以得到

$$v - \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j} \leq \sum_{i=1}^t \alpha_{(s+1)_i} - \sum_{i=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_i} = \alpha_{(s+1)_t}$$

并结合式 (3.16), 可以得到式 (3.18) 满足

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \beta_j(k) \ln \lambda_j - k \ln \lambda \\ & \leq \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{(s+1)_j} (\ln \lambda_{(s+1)_j} - \ln \lambda) + \alpha_{(s+1)_t} (\ln \lambda_{(s+1)_t} - \ln \lambda) \\ & = \sum_{j=1}^t \alpha_{(s+1)_j} (\ln \lambda_{(s+1)_j} - \ln \lambda) \end{aligned} \quad (3.19)$$

由于  $\lambda$  满足

$$\min(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\bar{n}}) > \lambda \geq \max(\lambda_{\bar{n}+1}, \lambda_{\bar{n}+2}, \dots, \lambda_N)$$

考虑式 (3.19), 当  $t < N - \bar{n} + 1$  时,  $\ln \lambda_{(s+1)_t} - \ln \lambda < 0$

$$\sum_{j=1}^t \alpha_{(s+1)_j} (\ln \lambda_{(s+1)_j} - \ln \lambda) < 0$$

当  $t \geq N - \bar{n} + 1$  时,  $\ln \lambda_{(s+1)_t} - \ln \lambda \geq 0$

$$\sum_{j=1}^t \alpha_{(s+1)_j} (\ln \lambda_{(s+1)_j} - \ln \lambda) < \sum_{j=1}^N \alpha_{(s+1)_j} (\ln \lambda_{(s+1)_j} - \ln \lambda) \leq 0$$

所以

$$\sum_{j=1}^N \beta_j(k) \ln \lambda_j - k \ln \lambda \leq 0$$

式 (3.3) 成立.

对于平均驻留时间  $t_a$

$$\frac{k}{t_a} \geq \frac{k}{T/N} \geq Ns \quad (3.20)$$

令  $N_0 > N$ , 可以得到

$$\frac{k}{t_a} + N_0 > Ns + t \geq N_k$$

满足式 (3.4), 证明完毕.

#### 4 通信和控制的协同设计

根据定理 3.1 中的调度方案, 令  $T = \lceil Nt_a \rceil$ , 由于闭环通信路径使用次数  $\alpha_{i_j}$  必须为整数, 对  $\alpha_{i_j}$  的求解就可以转化为一个全整数规划的问题, 即存在正整数  $\alpha_{i_j}$ , 在



满足式 (3.16) 的约束条件下, 使当前周期内的平均代价值最小, 即求解下式

$$\begin{aligned}
 & \min\left(\frac{1}{T} \sum_{j=1}^N \alpha_{i_j} F_{i_j}\right) \\
 \text{s.t. } & 1) \sum_{j=1}^N \alpha_{i_j} \ln \lambda_{i_j} \leq \sum_{j=1}^N \alpha_{i_j} \ln \lambda \\
 & 2) \sum_{j=1}^N \alpha_{i_j} = T \\
 & 3) \alpha_{i_j} \geq 0, \alpha_{i_j} \in Z
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

对式 (4.1) 的求解可以参考文献 [24] 中的分支定界法, 在这里不作赘述. 综上所述, 对于本文中控制器以及调度方案的设计可以总结为如下定理.

**定理 4.1** 若存在正定矩阵  $P_j, K_j$ , 常数  $\mu > 1, \lambda_j \geq 0$  满足

$$\begin{aligned}
 & 1) \begin{bmatrix} -\lambda_j^2 P_j & * \\ A^* + B^* K_j C_j & -P_j^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \\
 & 2) P_j \leq \mu P_i
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

系统 (2.6) 指数稳定, 其指数衰减率为  $\lambda \mu^{\frac{1}{2\alpha}}$ . 并且通过  $K_j$  以及  $\lambda_j$  求解式 (4.1), 可以得到最优的闭环路径调度方案, 其中  $i, j = 1, 2, \dots, N$ .

由于式 (4.2) 是一个非线性矩阵不等式, 故可以考虑用锥补线性化 (CCL) 算法求解控制增益  $K_j$  以及衰减率  $\lambda_j$ . 具体的步骤在算法 1 中进行了详细的描述.

$$\begin{aligned}
 & \min \text{Tr}(P_j Q_0 + P_0 Q_j) \\
 & 1) \begin{bmatrix} -\lambda_j^2 P_j & * \\ A^* + B^* K_j C_j & -Q_j \end{bmatrix} \leq 0 \\
 & 2) \begin{bmatrix} P_j & I \\ I & Q_j \end{bmatrix} \geq 0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

---

#### 算法 1

- §1. 选择合适的初始  $\lambda_j$  使得式 (4.3) 的约束条件 (1), (2) 成立, 并得到初始解  $P_j, Q_j$ , 令  $P_0 = P_j, Q_0 = Q_j$ ;
  - §2. 根据  $P_0, Q_0$  求解式 (4.3), 得到新的  $P_j, Q_j, K_j$ ;
  - §3. 验证  $P_j, K_j$  是否满足式 (4.2) 的约束条件 (1), 若满足, 跳到 §4, 否则令  $P_0 = P_j, Q_0 = Q_j$ , 回到 §2;
  - §4. 根据 §3 中的  $P_j, K_j$ , 求解满足式 (4.2) 约束条件 (1) 的最小  $\lambda_j$ ;
  - §5. 求解所有  $K_j, \lambda_j, P_j, j = 1, 2, 3, \dots, N$ ;
  - §6. 利用  $P_j$  得到满足式 (4.2) 的约束条件 (2) 的最小常数  $\mu$ ;
  - §7. 根据通信网络的路径情况计算路径的当前代价值, 并根据调度方案的周期  $T$  以及  $\lambda$ , 将  $\lambda_j$  代入式 (4.1), 用分支定界法求解当前周期内闭环通信路径使用次数  $\alpha_j$ .
-

## 5 数值仿真

本文分别采用了 MATLAB 以及 LabVIEW 两种仿真软件进行数值仿真, MATLAB 仿真简单易实现, 仿真结果明确; LabVIEW 仿真额外加入了噪声的影响, 并且以实际倒立摆系统作为被控对象, 仿真结果更加直观.

### 5.1 MATLAB数值仿真

考虑受控对象 (2.6), 其参数  $A, B$  分别为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & -0.0166 & -0.0006 \\ 0 & 1 & -0.3374 & -0.0166 \\ 0 & 0 & 1.0996 & 0.1033 \\ 0 & 0 & 2.0247 & 1.0996 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.0045 \\ 0.0896 \\ -0.0068 \\ -0.1377 \end{bmatrix}$$

假设系统依次使用三条闭环路径, 其时延分别为 0 和 1 以及 2, 并且对应的路径代价值为 2, 1, 0, 为了简化仿真, 假设代价值不变, 即路径使用次数不改变. 采用满足定理 3.1 的调度方案, 当设定周期  $T = 10$  时, 选取  $\lambda = 0.85$ , 并根据算法 4.1 计算子系统路径的衰减率, 对应的控制增益  $K_i$  以及对应闭环通信路径使用次数  $\alpha_i$  如下

$$\lambda_1 = 0.7869 \quad \lambda_2 = 0.9864 \quad \lambda_3 = 1.0902$$

$$K_1 = [0.9002 \quad 1.4173 \quad 31.4030 \quad 9.7111]$$

$$K_2 = [0.0770 \quad 1.0154 \quad 17.6574 \quad 6.8246]$$

$$K_3 = [0.0060 \quad 0.7804 \quad 10.2343 \quad 4.7432]$$

$$\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 6, \alpha_3 = 0$$

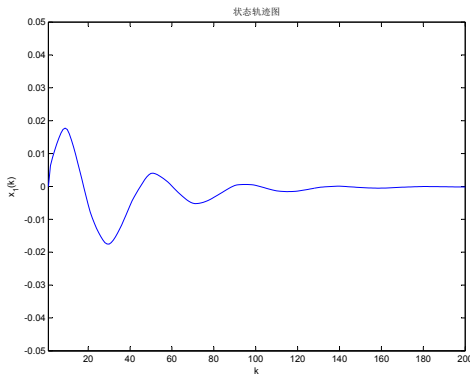


图 2 协同设计算法状态轨迹  
(Figure 2 Trajectories of codesign algorithm)

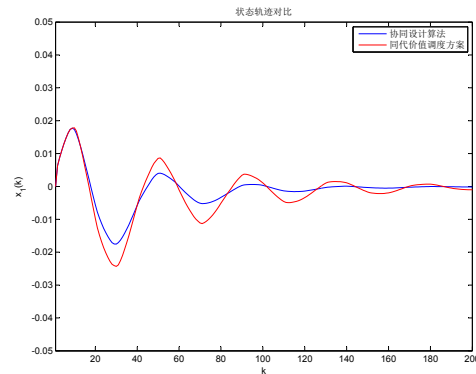


图 3 协同设计算法与同代价值方案状态轨迹对比  
(Figure 3 Comparison of State trajectories between codesign algorithm and the same cost scheme )

图 2 表示当系统 (2.6) 的初始状态  $x_0 = [0 \quad 0.1 \quad 0 \quad 1]^T$  时系统的状态轨迹图, 验证了算法的稳定性.

当系统采用同代价值的另一组路径使用次数时, 即  $\alpha_1 = 5, \alpha_2 = 4, \alpha_3 = 1$ , 状态轨迹对比如图 3 所示。

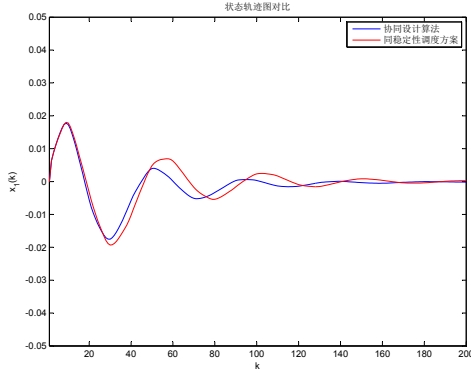


图 4 协同设计算法与相近稳定性方案对比

(Figure 4 Comparison of State trajectories

between codesign algorithm and the same stability scheme )

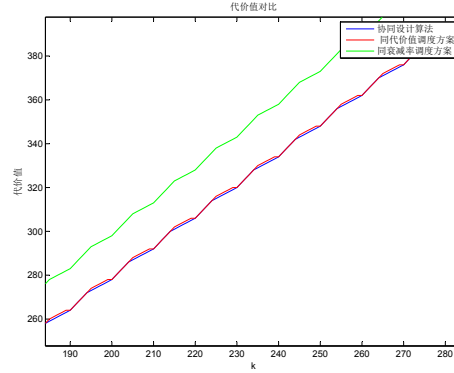


图 5 三种不同方案的代价值对比

(Figure 5 Cost comparison of three

different schemes)

选取另一组不同路径使用次数, 增加短时延闭环路径次数, 调度方案为  $\alpha_1 = 5, \alpha_2 = 5, \alpha_3 = 0$ , 其稳定性接近协同设计算法, 状态轨迹图对比如图 4 所示。

三种调度方案的代价值对比如图 5 所示。

MATLAB 数值仿真分别通过两组路径调度序列的状态轨迹图对比, 证明了在代价值相同的情况下, 采用协同设计算法得到的调度方案具有更好的稳定性; 另外, 在稳定性接近的情况下, 协同算法计算得到的调度方案具有更低的代价值, 即算法在稳定性和能量消耗方面都取得了较好的效果。

## 5.2 LabVIEW虚拟仪器仿真

选取一级倒立摆模型进行建模, 取摆杆质量  $m = 5$ , 小车质量  $M = 1$ , 其中摆杆质量均匀且长度为 20, 可以得到倒立摆系统的状态空间表达式

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -49 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2.94 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -0.05 \end{bmatrix}$$

根据算法 4.1 计算衰减率以及控制增益

$$\lambda_1 = 0.8998 \quad \lambda_2 = 1.06 \quad \lambda_3 = 1.6393$$

$$K_1 = [0 \quad 0 \quad 49.0279 \quad 0]$$

$$K_2 = [-2.9846 \quad 0 \quad 3.7657 \quad 0]$$

$$K_3 = [-4.5740 \quad 0 \quad 0.3423 \quad 0]$$

路径以及代价值描述和 MATLAB 仿真中相同, 设定倒立摆的初始状态值  $x_0 = [0 \ 1 \ 0 \ -1]^T$ , 在给定代价值限制下, 利用算法 4.1 求最优调度方案:  $\alpha_1 = 7, \alpha_2 = 3, \alpha_3 = 0$ ,

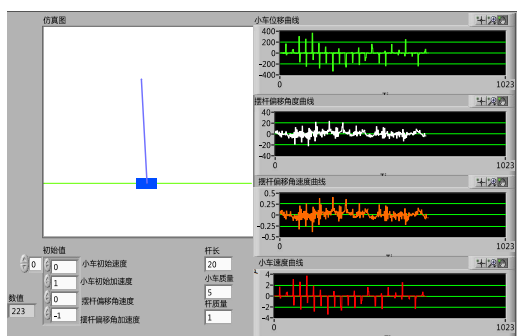


图6 协同设计算法倒立摆运行图  
(Figure 6 Running of inverted pendulum  
based on codesign algorithm)

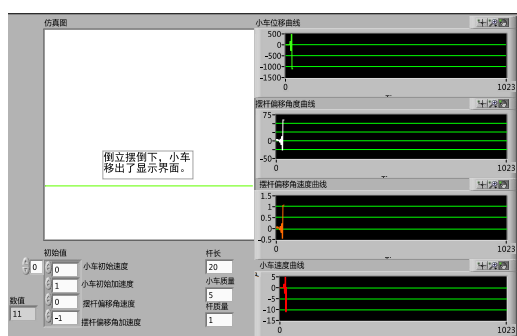


图7 同代价值方案倒立摆运行图  
(Figure 7 Running of inverted pendulum  
under the same cost)

当给系统添加控制输入和扰动时, 倒立摆的运行情况如图6所示. 在相同代价值限制下, 设定的任意其他调度方案都无法使倒立摆系统保持稳定, 运行情况如图7所示.

## 6 结论

本文研究了多径路由通信下的网络化控制系统的调度和控制的协同设计问题. 从兼顾控制系统稳定性和网络负载均衡的通信和控制协同设计的角度出发, 提出了多径路由调度算法和相关的控制器设计方法. 该设计方案假定了调度算法的周期性, 并限制了网络的条件, 未来将进一步放宽该限制, 研究更一般的调度和控制协同设计方法.

## 参 考 文 献

- [1] Hespanha J P, Naghshtabrizi P, Xu Y. A survey of recent results in networked control systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, **95**(1): 138-162.
- [2] Ma C, Zhang J. On formability of linear continuous-time multi-agent systems. *Journal of Systems Science & Complexity*, 2012, **25**(1): 13-29.
- [3] Ma C, Li T, Zhang J. Consensus control for leader-following multi-agent systems with measurement noises. *Journal of Systems Science & Complexity*, 2010, **23**(1): 35-49.
- [4] 王硕, 禹梅, 谭文. 具有丢包补偿网络化控制系统的量化反馈稳定性分析. *系统科学与数学*, 2015, **35**(3): 287-297.  
(Wang S, Yu M, Tan W. Stability analysis of networked control system with packet loss compensation and quantized feedback. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2015, **35**(3): 287-297.)
- [5] Cetinkaya A, Ishii H, Hayakawa T. Networked control under random and malicious packet losses. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(5): 2434-2449.

- [6] Wang Y L, Shi P, Lim C C, et al. Event-triggered fault detection filter design for a continuous-time networked control system. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(12): 3414-3426.
- [7] Wang Z, Ho D W C, Liu Y, et al. Robust H-infty control for a class of nonlinear discrete time-delay stochastic systems with missing measurements. *Automatica*, 2009, **45**(3): 684-691.
- [8] Zhao Y B, Liu G P, Rees D. Design of a packet-based control framework for networked control systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, **17**(4): 859-865.
- [9] 杜大军, 漆波, 费敏锐. 多通道异构网络诱导延时约束下网络化控制系统的量化控制研究. *系统科学与数学*, 2015, **35**(4): 397-406.  
(Du D J, Qi B, Fu M R. Quantized control for networked control systems with multi-channel hybrid networked-induced delay constraints. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2015, **35**(4): 397-406.)
- [10] Marina M K, Das S R. On-demand multipath distance vector routing in ad hoc networks. *IEEE International Conference on Network Protocols*, 2001, 14-23.
- [11] Delgado O, Labeau F. Delay-aware load balancing over multipath wireless networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, **66**(8): 7485-7494.
- [12] Al-Areqi S, Gorges D, Liu S. Event-based control and scheduling codesign: stochastic and robust approaches. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(5): 1291-1303.
- [13] Peters E G W, Quevedo D E, Fu M. Controller and scheduler codesign for feedback control over IEEE 802.15.4 networks. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, **24**(6): 2016-2030.
- [14] Wang L, Guo G, Zhuang Y. Stabilization of ncss by random allocation of transmission power to sensors. *Science China*, 2016, **59**(6): 167-201.
- [15] Jiang Y, Wang Y, Bortoff S A, et al. Optimal codesign of nonlinear control systems based on a modified policy iteration method. *IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems*, 2015, **26**(2): 409-414.
- [16] Zhang H, Cheng P, Shi L, et al. Optimal DoS attack scheduling in wireless networked control system. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, **24**(3): 843-852.
- [17] Dai S L, Lin H, Ge S S. Scheduling-and-control codesign for a collection of networked control systems with uncertain delays. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, **18**(1): 66-78.
- [18] Wang L, Guo G, Zhuang Y. Networked control of battery-powered systems with communication scheduling and power allocation. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2017, **58**(1): 16-36.
- [19] Li J, Zeng P, Zong X, et al. Communication and control co-design for wireless sensor networked control systems. *Intelligent Control and Automation*, 2015, 156-161.
- [20] Chen W, Yao J, Qiu L. Stabilization of networked multi-input systems over a shared bus with scheduling/control co-design. *IEEE Conference on Decision and Control*, 2013, 7235-7240.
- [21] 纪志成, 赵维一, 谢林柏. 时延网络控制系统的协同设计方法研究. *系统科学与数学*, 2007, **27**(3): 440-450.  
(Ji Z C, Zhao W Y, Xie L B. The integrated design of control and scheduling for networked control system. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2007, **27**(3): 440-450.)
- [22] Lin Y S, Yen H H, Lin S P, et al. MAC aware energy-efficient data-centric routing in wireless sensor networks. *IEEE Transactions on Communications*, 2015, **88**(12): 3025-3029.
- [23] Shah R C, Rabaey J M. Energy aware routing for low energy ad hoc sensor networks. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, 2002, 350-355.
- [24] Narendra P M, Fukunaga K. A branch and bound algorithm for feature subset selection. *IEEE Transactions on Computers*, 2006, **26**(9): 917-922.